SCHWERELOSE FLÜSSIGKEITEN

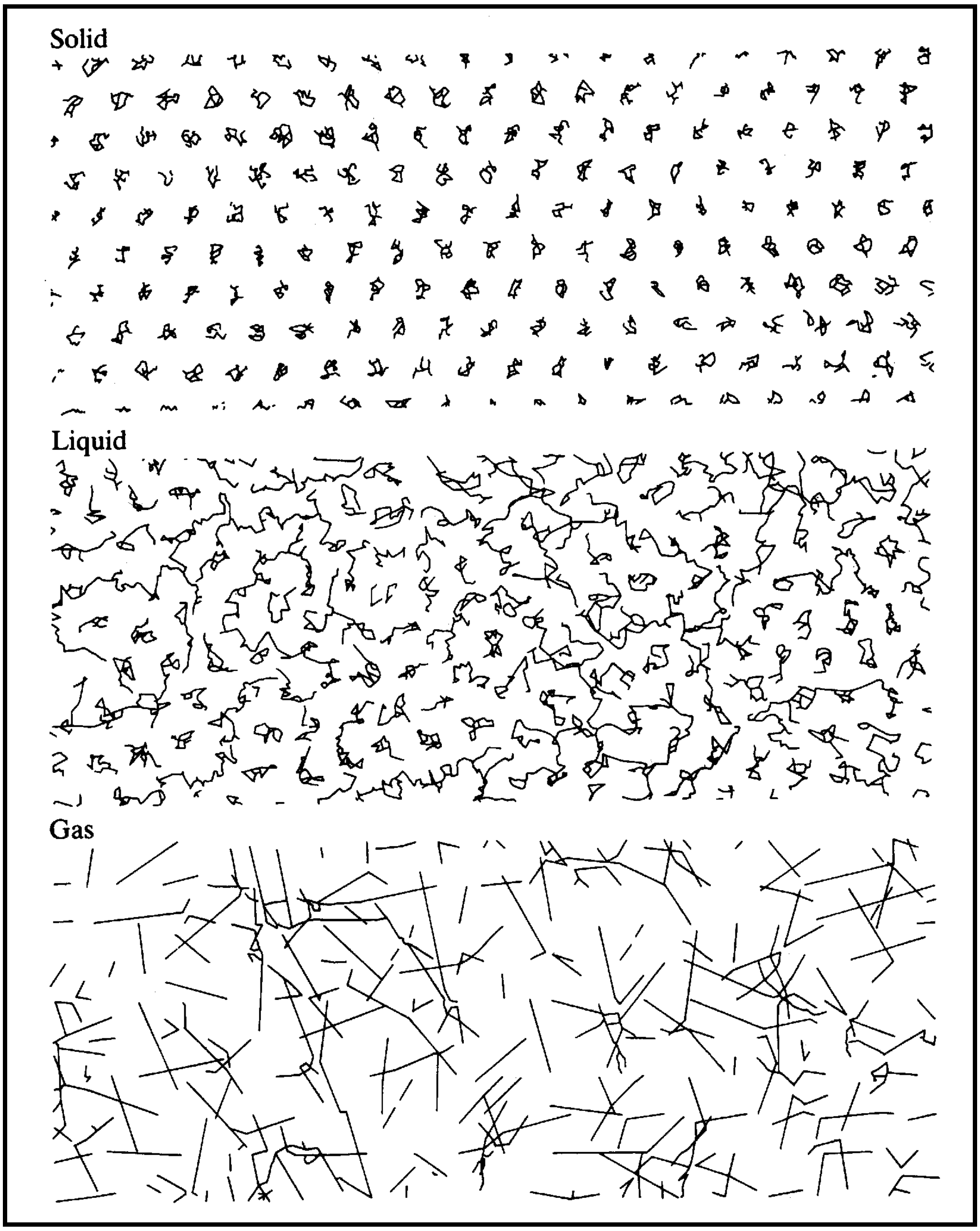
- Einleitung
- Oberflächenspannung
- Stabilität
- Benetzung
- Strömungen
- µg-Qualität
- Tropfendynamik

Iván Egry

Institut für Raumsimulation

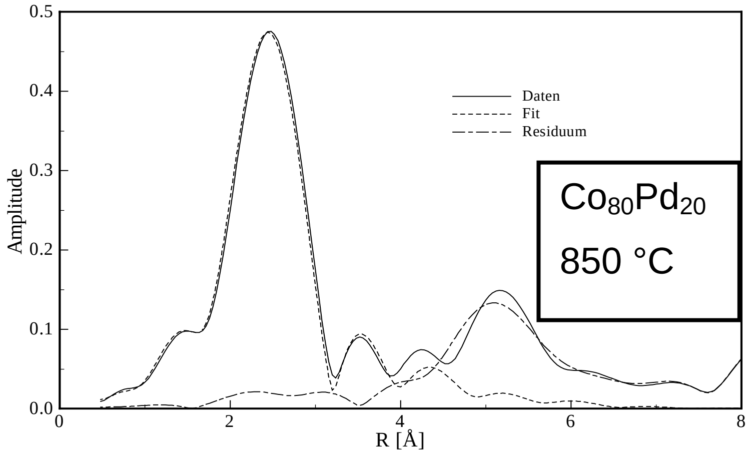
DLR Köln

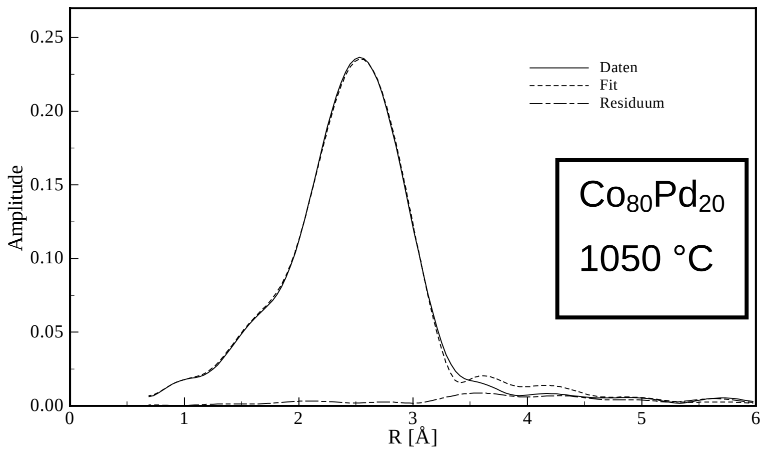
AGGREGATZUSTÄNDE



FLÜSSIGKEITEN

- Hohe Dichten (wie Festkörper)
- Keine Fernordnung (wie Gase)
- Nahordnung (wie Festkörper)
- Endliche Viskosität
- Freie Oberflächen





Hydrostatik

Euler-Gleichung: $\vec{\nabla} p = \vec{f}$

<u>Auftrieb:</u>

$$\vec{F} = \int \rho \vec{g}\, dV + \oint p\, d\vec{\Omega} = \int \left(\rho \vec{g} - \vec{\nabla} p \right) dV = \left(\rho - \rho_{fl} \right) \vec{g} V$$

<u>Druckverteilung:</u>

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

inkompressible Flüssigkeit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = 0 \quad \Rightarrow \quad p = p_0 - \rho g z$$

(ideales) Gas:

$$\rho = \frac{m}{kT} p \quad \Rightarrow p = p_0 \exp\left(-\frac{mg}{kT} z \right)$$

OBERFLÄCHENSPANNUNG

Oberflächenatome haben weniger

Nachbarn: $\Rightarrow$ Energieaufwand

Gesamtenergie: $W = W_0 + W_\sigma$

$$\delta W_\sigma = \sigma \delta f$$

Binnendruck eines Tropfens:

$$W = -\int \Delta p \, dV + \oint \sigma \, df$$

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{2\sigma}{R}$$

Formel von Laplace

DLR

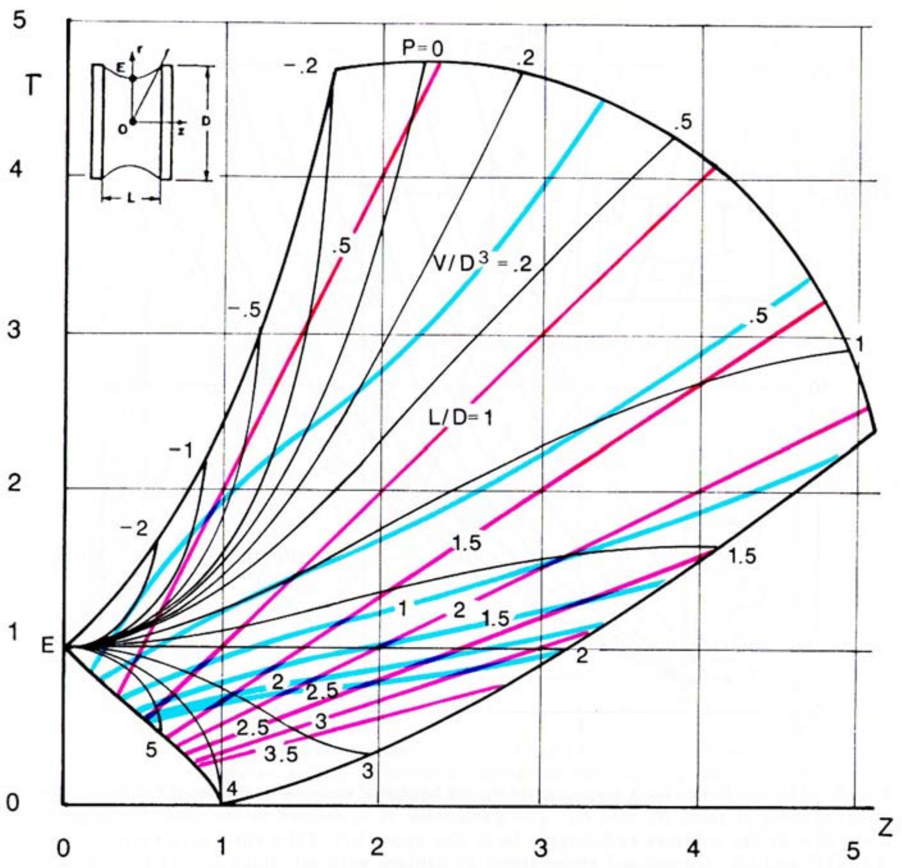
FLÜSSIGKEITSSÄULE

Oberflächenenergie:

$$W_\sigma = \oint \sigma \, df$$

Gleichgewicht und Stabilität:

$$\delta W = 0 \,, \quad \delta^2 W > 0$$



WIRKUNG DER SCHWERKRAFT

Gesamteneregie:

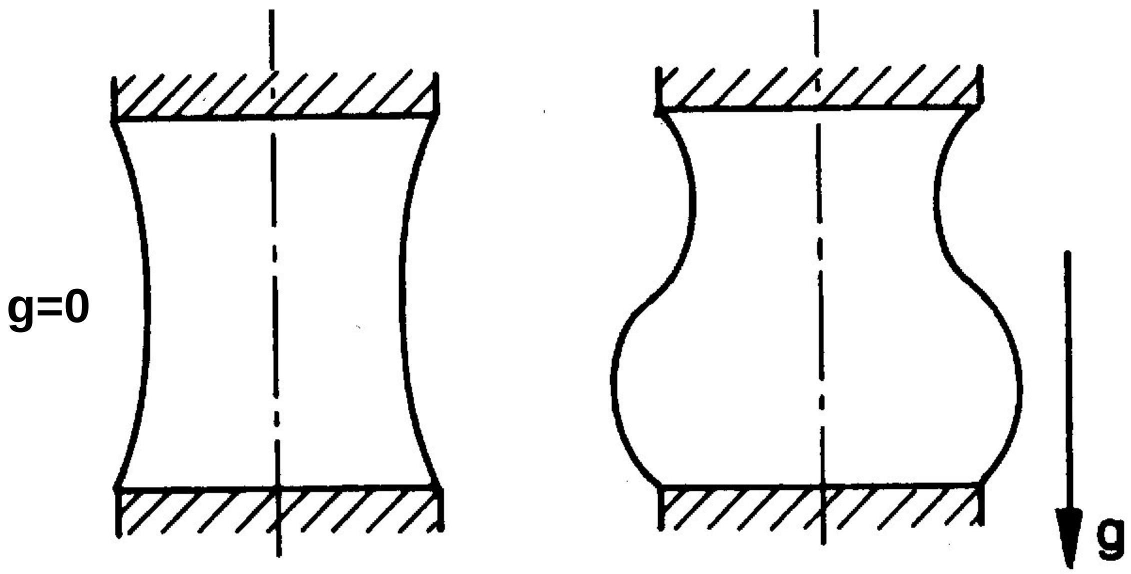
$$W = \int \rho g z \, dV + \oint \sigma \, df$$

Kapillaritätslänge L_K , Bond-Zahl Bo

$$L_K = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \qquad Bo = \frac{d^2}{L_K^2}$$

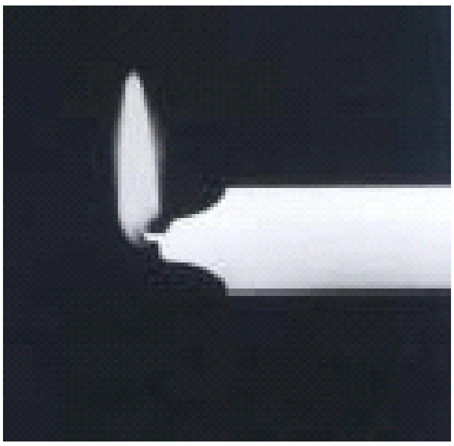
Bo >> 1 $\Rightarrow$ horizontale Grenzflächen

Bo << 1 $\Rightarrow$ gekrümmte Grenzflächen

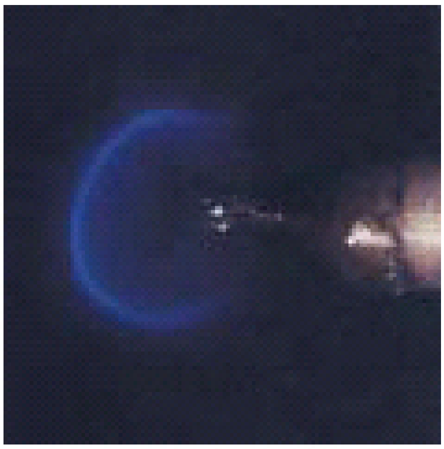


Konsequenzen der Mikrogravitation

verminderter hydrostatischer Druck	↘
verminderter Auftrieb	↘
verminderte Sedimentation	↘
keine Auftriebskonvektion	↓
Behälter nicht erforderlich	↓
dominante Diffusion	↗
dominante Grenzflächen	↗



1g



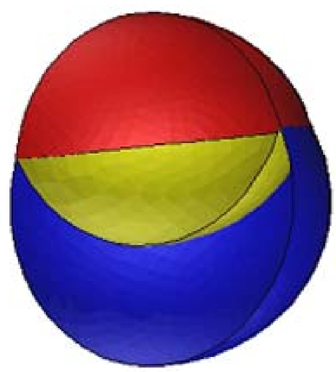
µg

Benetzung

Mechanisches Gleichgewicht dreier fluider Phasen:

Neumann-Gleichung:

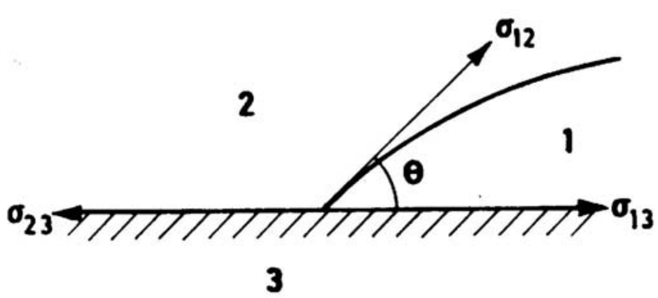
$$\frac{\sigma_{12}}{R_1} = \frac{\sigma_{23}}{R_2} + \frac{\sigma_{31}}{R_3}$$



Mechanisches Gleichgewicht zweier fluider Phasen und einer festen Phase:

Young-Gleichung:

$$\sigma_{23} = \sigma_{13} + \sigma_{12}\cos(\theta)$$



HYDRODYNAMIK

Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\vec{j} = 0, \quad \vec{j} = \rho\vec{v}$$

Impulserhaltung (Navier-Stokes-Gleichung):

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v} = -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \vec{F}_{ext}$$

Energierhaltung (Temperaturgleichung)

$$T\rho \frac{\partial S}{\partial t} = -\vec{\nabla}\vec{j}_q + \rho \dot{Q}_{ext} + \frac{\eta}{2}\overleftrightarrow{\tau}^2$$

Zustandsgleichung:

$$p = p(\rho, T)$$

STRÖMUNGEN

Diffusion aufgrund von Gradienten

$\Rightarrow$ *Onsager-Koeffizienten*

$$\vec{j}_i = \sum \overleftrightarrow{L}_{ik} X_k$$

$$\vec{j}_c = -D\,\vec{\nabla} c$$ Ficksches Gesetz

$$\vec{j}_t = -k\,\vec{\nabla} T$$ Fouriersches Gesetz

$$\vec{j}_c = -S\,\vec{\nabla} T$$ Soret-Effekt

Konvektion aufgrund äußerer Felder:

$\Rightarrow$ *Navier-Stokes-Gleichung*

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \vec{F}_{ext}$$

z.B.: $\vec{F}_{ext} = \rho \vec{g}$

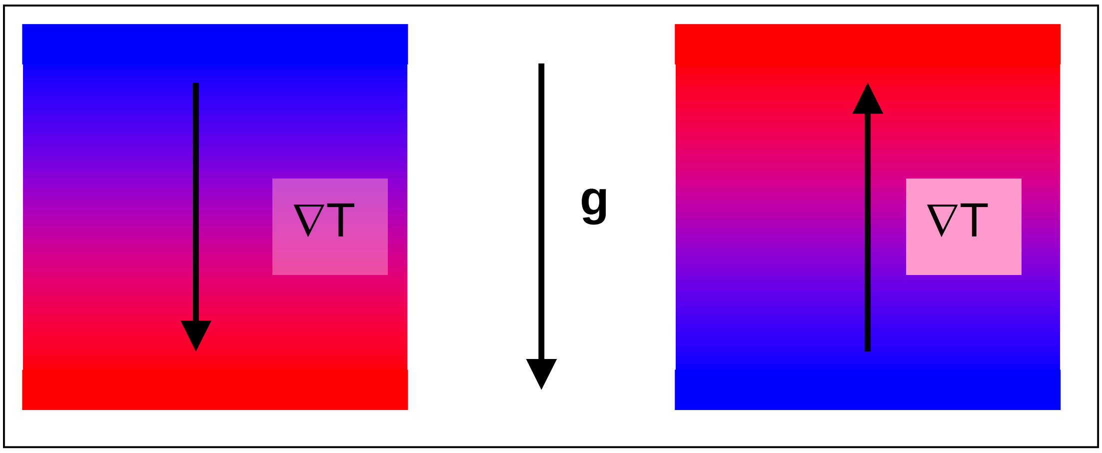
RAYLEIGH-BÉNARD-KONVEKTION (AUFTRIEBSKONVEKTION)

Rayleigh-Zahl:

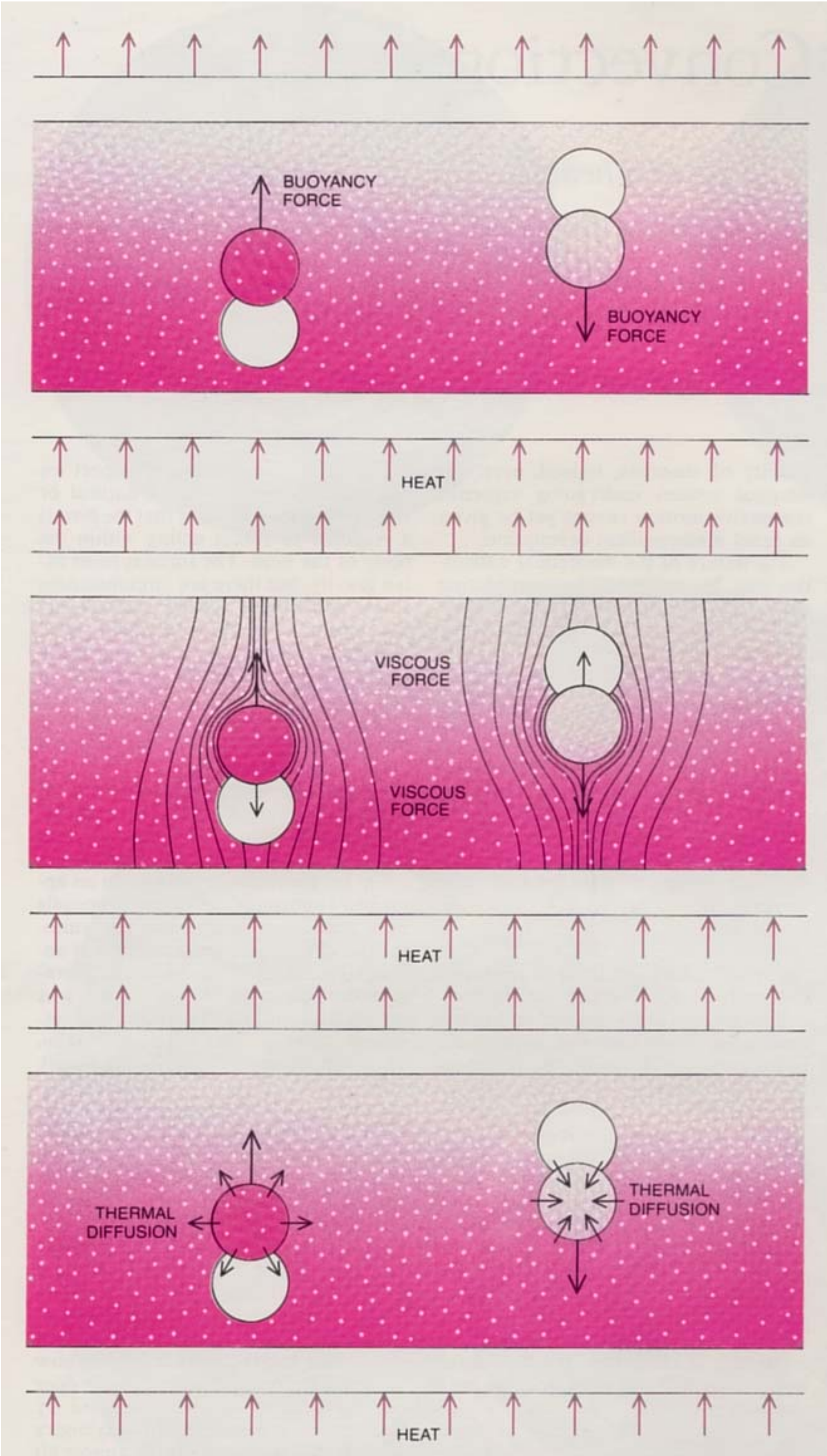
$$Ra = \frac{\beta\rho g\left|\nabla T\right|}{\kappa\eta} d^4$$

Stabilität:

$$\frac{\vec{\nabla}T \bullet \vec{g}}{\left|\vec{\nabla}T\right| \bullet \left|\vec{g}\right|} = \begin{cases} 1 & \text{instabil für } Ra > Ra_c \\ 0 & \text{instabil} \\ -1 & \text{stabil} \end{cases}$$



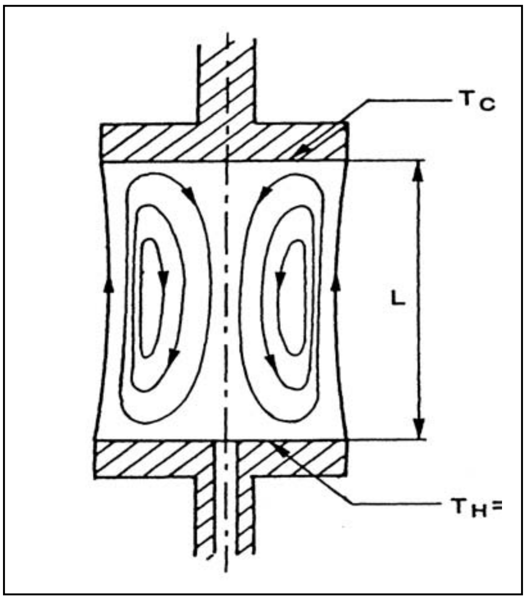
KONVEKTION (2)



MARANGONI-KONVEKTION

Strömung aufgrund von Gradienten der Oberflächenspannung:

$$\vec{F}_{ext,t} = \nabla_t \sigma$$

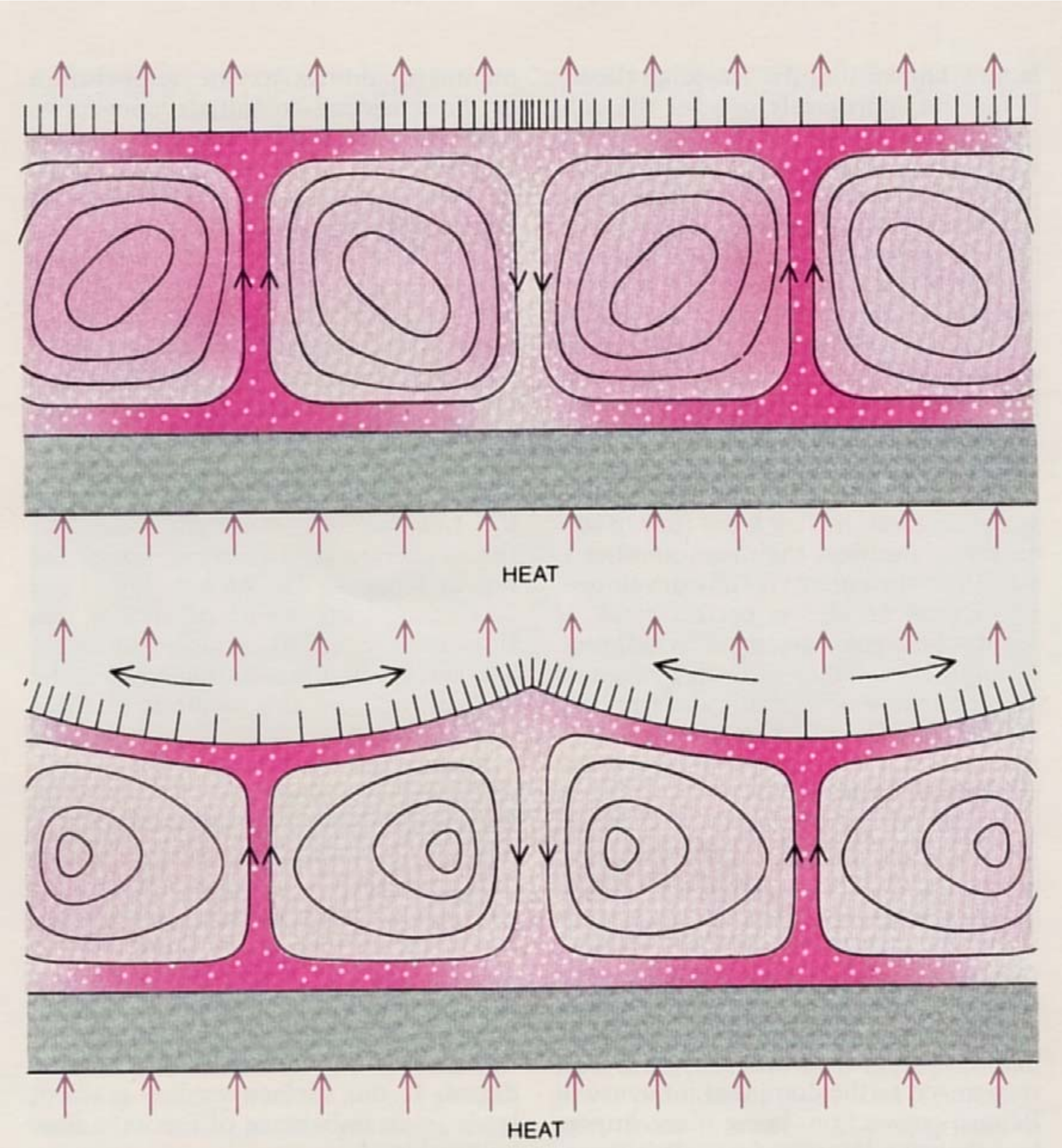


Marangoni-Zahl:

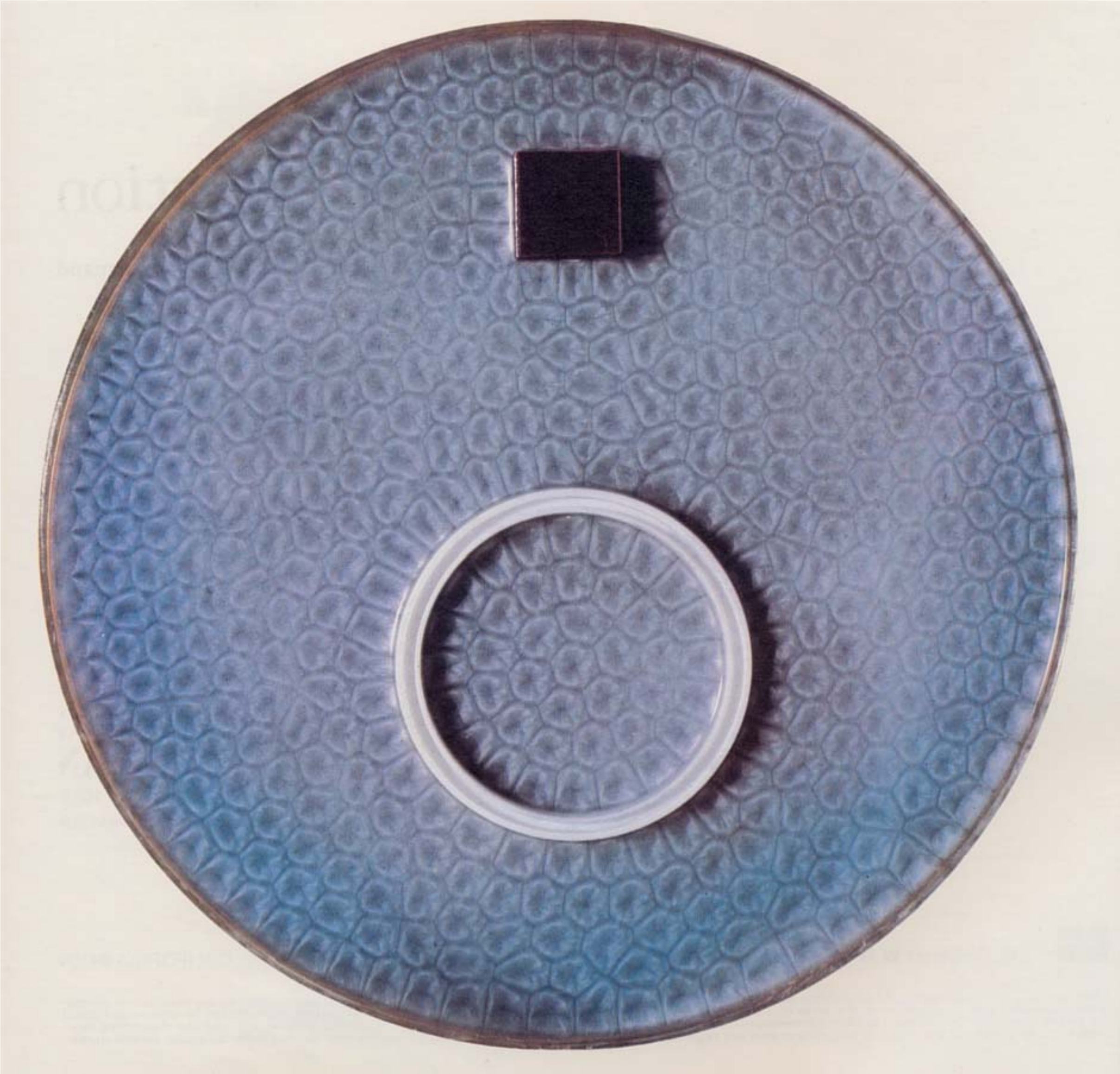
$$Ma = \frac{|\nabla T| \bullet \left|\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right|}{\kappa \eta} d$$

Bei freien Oberflächen dominiert Marangoni-Konvektion !

BENARD-MARANGONI KONVEKTION



BÉNARDZELLEN



µG-TOLERANZ (1)

Auftriebskonvektion:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \rho \vec{g}_{\mu}(t)$$

Inkompressible Flüssigkeit, $\vec{u} = \vec{\nabla} \times \vec{v}$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \eta \Delta \vec{u} + \vec{\nabla} \rho \times \vec{g}_{\mu}(t)$$

Lineare Antworttheorie:

$$g_{\mu} = g_{\mu 0}\, e^{-i\omega t} \quad \Rightarrow \quad u = u_0\, e^{-i\omega t}$$

Dimensionsbetrachtung für Grenzfälle

(i): $\eta = 0$

(ii) $\eta \to \infty$

µG-TOLERANZ (2)

(i) ideale Flüssigkeit, η=0

$$u_0 \sim \frac{1}{\omega} \frac{\nabla \rho}{\rho} g_{\mu 0}$$

(ii) unendlich zähe Flüssigkeit, $\eta \to \infty$

$$u_0 \sim \frac{1}{\nu / L^2} \frac{\nabla \rho}{\rho} g_{\mu 0}$$

L: typische Länge

$\nu=\eta/\rho$, kinematische Viskosität

(iii): allgemeiner Fall:

$$u_0 \sim \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + \left(\nu / L^2\right)^2}} \frac{\nabla \rho}{\rho} g_{\mu 0}$$

µG-TOLERANZ (3)

Vergleich mit Wärmeleitung:

$$-\frac{\partial T}{\partial t} + \kappa \nabla^2 T = \vec{v}\vec{\nabla} T$$

Lineare Antwort:

$$T(t) = T_0 + \delta T\, e^{-i\omega t} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}(t) = \vec{v}_0\, e^{-i\omega t}$$

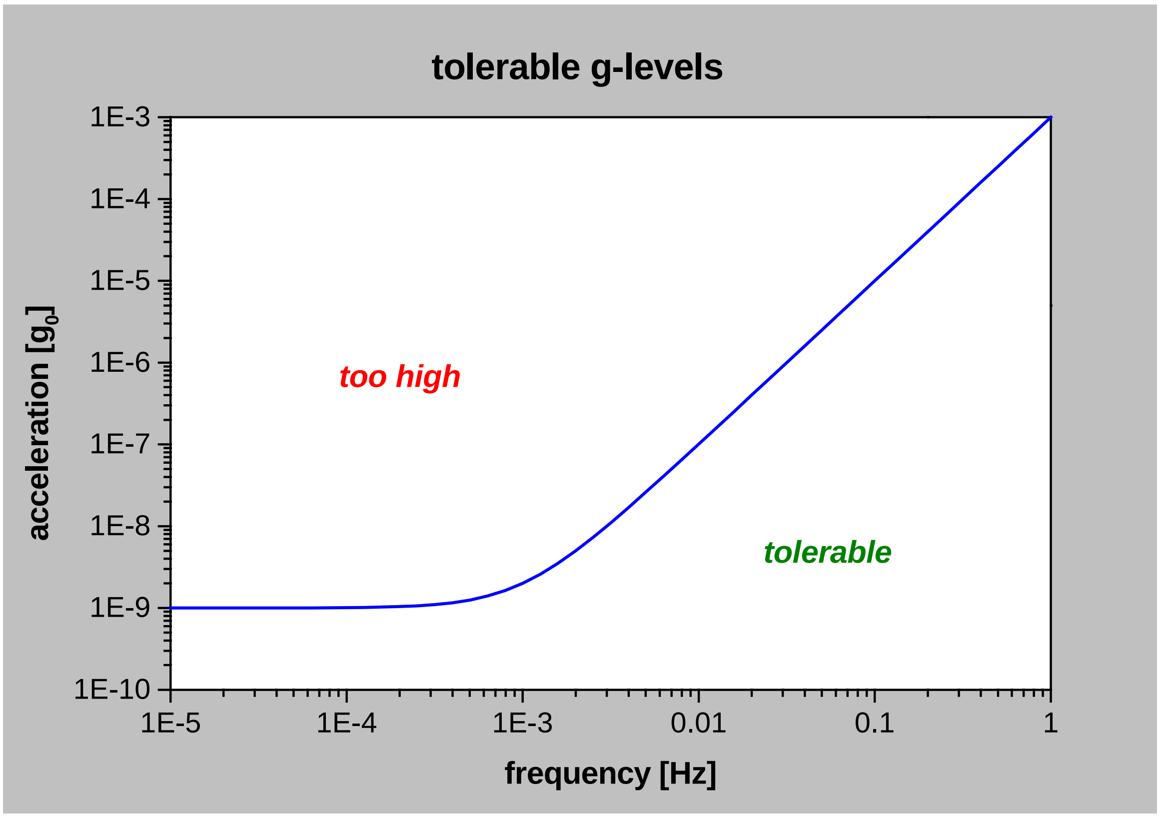
Abschätzung:

$$v_0 \sim \sqrt{\omega^2 + \left(\kappa/L^2\right)^2}\, \frac{\delta T}{\nabla T_0}$$

$u_0 \sim \dfrac{v_0}{L}$ einsetzen:

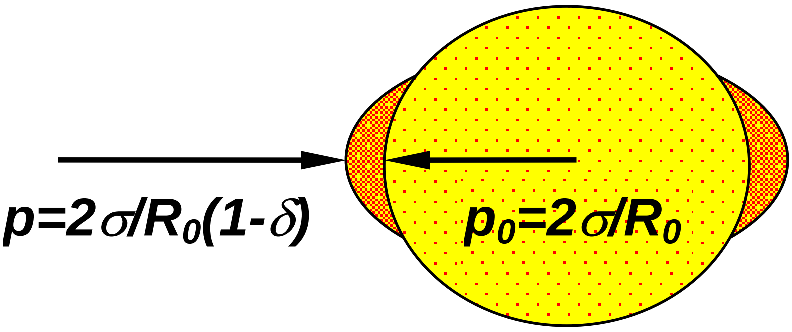
$$g_{\mu 0} \le \frac{\delta T}{\nabla T} \frac{\rho/L}{\nabla \rho} \sqrt{\omega^2 + \left(\nu/L^2\right)^2} \sqrt{\omega^2 + \left(\kappa/L^2\right)^2}$$

µG-TOLERANZ (4)



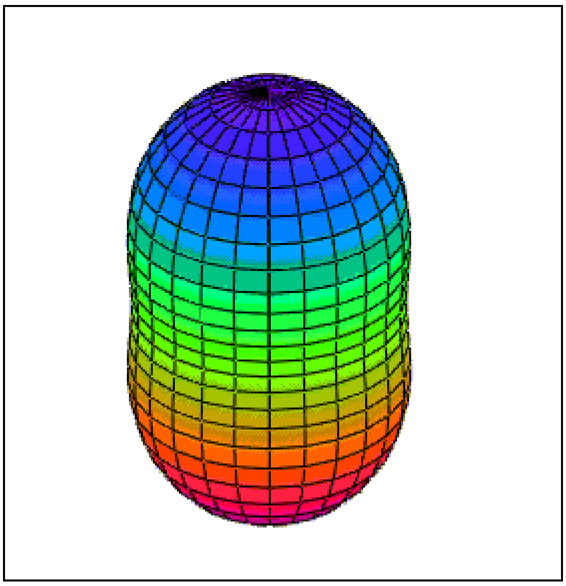
SCHWINGUNGEN

Schwereloser flüssiger Tropfen:



$$R(t,\theta,\phi) = R_0\left(1+\delta e^{-i\omega t}Y_l^m(\theta,\phi)\right)$$

$$\rho\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla}p \qquad \dot{R} = \vec{v}\bullet\vec{n}\ , \qquad \Delta p = \sigma\vec{\nabla}\bullet\vec{n}$$



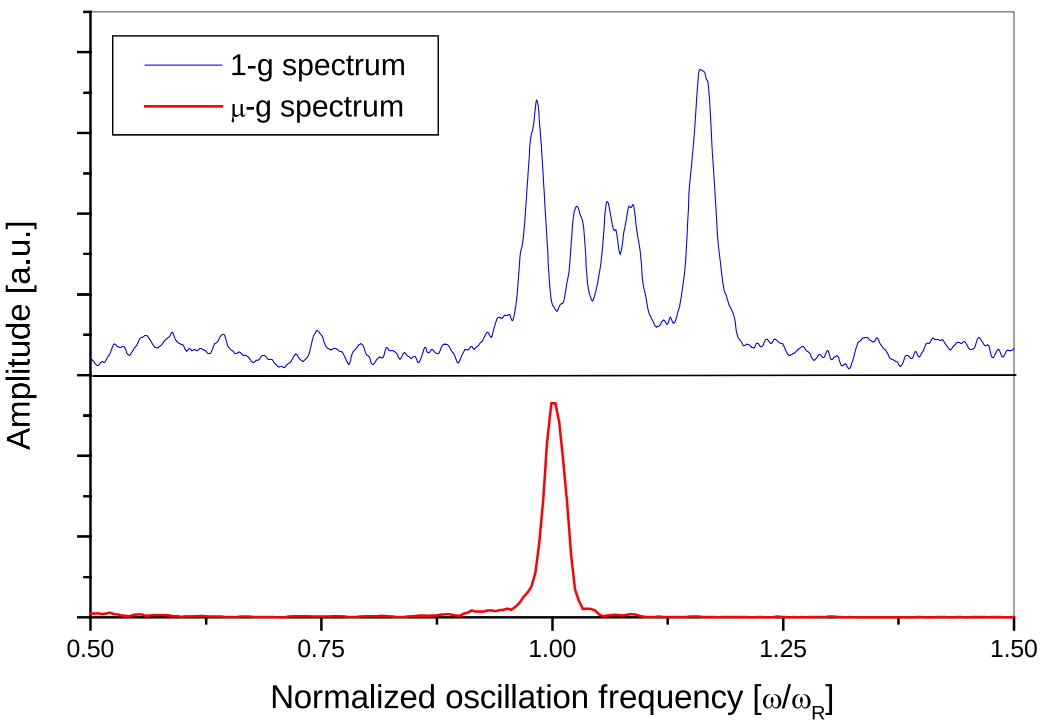
SCHWINGUNGEN (2)

Lösung für g=0:

$$\omega_l^2 = \frac{4\pi}{3} l(l-1)(l+2)\frac{\sigma}{M}$$

Lösung für g ≠ 0 (l = 2):

$$\frac{32\pi}{3}\frac{\sigma}{m} = \frac{1}{5}\sum_m \omega_{2,m}^2 - 1.9\,\overline{\Omega_{tr}^2} - 0.3\,(\overline{\Omega_{tr}^2})^{-4}\,(g/a)^2$$



<u>ZUSAMMENFASSUNG</u>

- Einfluss der Schwerkraft auf **Statik** und **Dynamik** von Flüssigkeiten essentiell

- In Schwerelosigkeit dominieren **Grenzflächeneffekte**
  - Kapillarität
  - Benetzung
  - Marangoni-Konvektion

- Tropfendynamik gibt Aufschluss über **Materialeigenschaften**