Übungen zu Physik 1 für Ingenieure – Musterlösung Blatt 9

Aufgabe 1 - Schwingung und Schwebung
(a) Frequenz und Wellenlänge hängen für Schallwellen zusammen durch

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{c_{\text{Luft}}}{f_0} \\ &= \frac{330\text{m/s}}{4401/\text{s}} = 0.75\text{m} \end{aligned}$$

An beiden Enden muss sich ein Schwingungsbauch befinden. Da f_0 als Grundton erzeugt werden soll, muss sich an dem einem Ende ein Bauch, auf der anderen Seite dann der unmittelbar benachbarte Bauch befinden. In der Pfeife befindet sich dann also eine halbe Wellenlänge.

$$l = \lambda/2 = 0.375\text{m} \tag{1}$$

(b) Hier findet sich an dem geschlossenem Ende ein Schwingungsknoten und am anderem, wenn f_0 als Grundton ertönen soll, der erste Bauch. Die Länge der Pfeife ist also ein Viertel der Wellenlänge.

$$l = \lambda/4 = \frac{3}{16}\text{m} \approx 0.19\text{m}$$

(c) Die Überlagerung zweier Schwingungen $y_0(t) = A\sin(2\pi f_0 t)$ und $y_1(t) = A\sin(2\pi f_1 t)$ ergibt durch Anwendung eines Additionstheoremes

$$y_0(t) + y_1(t) = A\sin(2\pi f_0 t) + A\sin(2\pi f_1 t) = 2A\sin\left(2\pi\frac{f_0 + f1}{2}t\right)\cos\left(2\pi\frac{f_0 - f_1}{2}t\right)$$

Die Schwebungsfrequenz ergibt sich aus dem Kosinus-Glied zu

$$f_{\text{schweb}} = \frac{1}{2}(f_1 - f_0) = 15.5\text{Hz}$$

(d) Das Kosinusglied beschreibt die sogenannte Einhüllende der Schwingung, für die Laustärkeschwankungen sind Maxima und Minima des Kosinus gleich bedeutend: Die Frequenz f_L der Laustärkeschwankungen ist also doppelt so groß wie die Schwebungsfrequenz $f_L = 2f_{\text{schweb}}$.
Im Beispiel ist $f_L = 2\text{Hz}$ vorgegeben, die Schwebungsfrequenz ist also damit $f_{\text{schweb}} = 1\text{Hz}$, der Unterschied zwischen f_0 und f_1 ist daher wegen $|\frac{1}{2}(f_0 - f_1)| = f_{\text{schweb}}$ wieder 2Hz. Die Betragsstriche sollen mit Vorzeichen berücksichtigt werden. Das Plus steht für den Fall, dass $f_0 > f_1$ ist, das Minus, falls $f_1 < f_0$.

$$\begin{aligned} \pm\frac{1}{2}(f_0 - f_1) &= 1\text{Hz} \\ \Rightarrow f_1 &= f_0 \mp 2\text{Hz} \end{aligned}$$

Die Frequenz der verstimmten Pfeife beträgt also 438Hz bzw. 442Hz.
(e) Die Pfeife wurde in (a) gestimmt und erzeugt auch hier einen Ton mit der Wellenlänge 0.75m. Die unteschiedlihe Tonhöhe resultiert allein aus der anderen Schallgeschwindigkeit

$$f_{\text{He}} = \frac{c_{\text{He}}}{\lambda} \approx 1294.7\text{Hz}$$

Frequenzen sind mit Helium-Füllung also etwa dreimal so hoch wie in Luft.

Aufgabe 2 - Dopplereffekt
(a) Die Frequenz $f_v = 471\text{Hz}$, die der Passant hört, ist

$$f_v = \frac{f_0}{1 - v/c}$$

Da die ursprüngliche Frequenz $f_0 = 440\text{Hz}$ betrug, ergibt sich eine Geschwindigkeit von

$$v = c\left(1 - \frac{f_0}{f_v}\right) = 21.7\frac{\text{m}}{\text{s}} = 78.2\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Eine Geschwindigkeit von etwa 80km/h führt also zu einer Frequenzverschiebung von ungefähr einem Halbton, was deutlich hörbar ist.

(b) Die Schwebung wird erzeugt durch den Ton vom Wagens, der sich nähert, sowie einer ruhenden Quelle, die den gleichen Ton f_0 wie der Wagen abgibt. Die Tonfrequenz, die der Passant aufgrund des Dopplereffekts bei annäherung des Wagend hört, ist bei einer Grundfrequenz $f_0 = 440\text{Hz}$

$$f_v = \frac{f_0}{1 - v/c} = 455\text{Hz}$$

Die Schwebungsfrequenz beträgt

$$\begin{aligned} f_{schweb} &= \left|\frac{1}{2}\left(f_0 - \frac{f_0}{1 - v/c}\right)\right| \\ &= \frac{1}{2}f_0\left|\frac{v}{c - v}\right| = 7.67\text{Hz} \end{aligned}$$

Entfernt sich der Wagen wieder, lauten die entsprechenden Werte

$$\begin{aligned} f_v &= \frac{f_0}{1 + v/c} = 425.7\text{Hz} \\ f_{schweb} &= \frac{1}{2}f_0\left|\frac{v}{v + c}\right| = 7.17\text{Hz} \end{aligned}$$

(c) Zunächst muss man berechnen, mir welcher Geschwindigkeit sich der rotierende Lautsprecher bewegt. Dieser ist auf einem Arm von 0.25m Länge montiert und macht in einer Sekunde eine vollständige Umdrehung um den Angelpunkt, welcher sich auf der anderen Seite des Armes befindet als der Lautsprecher. Dieser bewegt sich also mit einer Geschwindigkeit von

$$\begin{aligned} v &= \omega r \\ &= 2\pi f_{\text{Lautsprecher}} r \\ &= 0.5 \cdot \pi\text{m/s} \\ &\approx 1.57\text{m/s} \end{aligned}$$

Betrachtet man die Vorfaktoren, sieht man sofort, dass es sich um Zahlen der Form 2^n handelt. Mit der Formel aus 2b) ergibt sich dann

$$\begin{aligned} f_{schweb} &= \frac{1}{2}f_0\left|\frac{v}{v - c}\right| \\ &= \frac{1}{4}2^n f_0\left|\frac{\pi}{0.5\pi - c}\right| \\ &\approx 2^n \cdot 1.04\text{Hz} \end{aligned}$$

Für $n = 0, ..., 5$ ergeben sich die Werte

$$f^{(0)}_{schweb} = 1.04\text{Hz}$$

$$\begin{aligned}
f^{(1)}_{schweb} &= 2.08\text{Hz} \\
f^{(2)}_{schweb} &= 4.19\text{Hz} \\
f^{(3)}_{schweb} &= 8.34\text{Hz} \\
f^{(4)}_{schweb} &= 16.68\text{Hz} \\
f^{(5)}_{schweb} &= 33.35\text{Hz}
\end{aligned}$$