Übungen zu Physik 1 für Ingenieure – Musterlösung Blatt 13

Aufgabe 1 – Interferenz am Doppelspalt

(a) In Abbildung 1 erkennt man, dass für den Gangunterschied Δs gilt: $\Delta s = d \cdot \sin\Theta$
(b) Positive Interferenz tritt auf, wenn der Gangunterschied der beiden Wellen ganzzahlige Vielfache der Wellenlänge λ beträgt, d.h. $\Delta s = n \cdot \lambda = d \cdot \sin\Theta$ mit $n \in$ natürliche Zahlen
(c) Für kleine Winkel Θ gilt die Kleinwinkelnäherung:

$$\sin\Theta \approx \Theta \tag{1}$$
$$\tan\Theta \approx \Theta \tag{2}$$

An Abbildung 2 erkennt man

$$x = D\tan\Theta \approx D\tan\Theta \tag{3}$$

Außerdem folgt aus Aufgabenteil (b), dass

$$\sin\Theta \approx \Theta = \frac{n\cdot\lambda}{d} \tag{4}$$

Gleichsetzen von Gleichung 3 und 4 liefert

$$x(n) = D\cdot\frac{n\cdot\lambda}{d} \tag{5}$$

Der Abstand vom ersten zum zweiten Maximum $x(n=2) - x(n=1)$ beträgt folglich

$$x(n=2) - x(n=1) = D\cdot\frac{2\cdot\lambda}{d} - D\cdot\frac{1\cdot\lambda}{d} \tag{6}$$
$$= D\frac{\lambda}{d} \tag{7}$$
$$= 12\text{m}\frac{633\text{nm}}{9\mu\text{m}} \tag{8}$$
$$= 0.84\text{m} \tag{9}$$

Aufgabe 2 – Beugung am Einzelspalt

(a) Die Bedingung für negative Interferenz (Minima) beim Einzelspalt lautet:

$$s\cdot\sin\Theta = n\cdot\lambda \tag{10}$$

mit $n \in$ natürliche Zahlen In Diagramm 3 erkennt man

$$x = D\cdot\sin\Theta \tag{11}$$

Analog zu Aufgabe 1 benutzt man die Kleinwinkelnäherung und setzt Gleichung 10 und 11 gleich, so dass man für das n-te Minimum erhält:

$$x(n) = D\frac{n\cdot\lambda}{s} \tag{12}$$

Folglich ergibt sich für den Abstand $b = x(n=1) - x(n=-1)$ der beiden inneren dunklen Streifen

$$b = b = x(n=1) - x(n=-1) = 2\cdot D\frac{\lambda}{s} \tag{13}$$

Und Gleichung 13 aufgelöst nach λ liefert die gesuchte Wellenlänge gemäß

$$\lambda = \frac{b\cdot s}{2D} = \frac{3\cdot10^{-2}\text{m}\cdot30\cdot10^{-6}\text{m}}{2\cdot0.9\text{m}} = 500\text{nm} \tag{14}$$

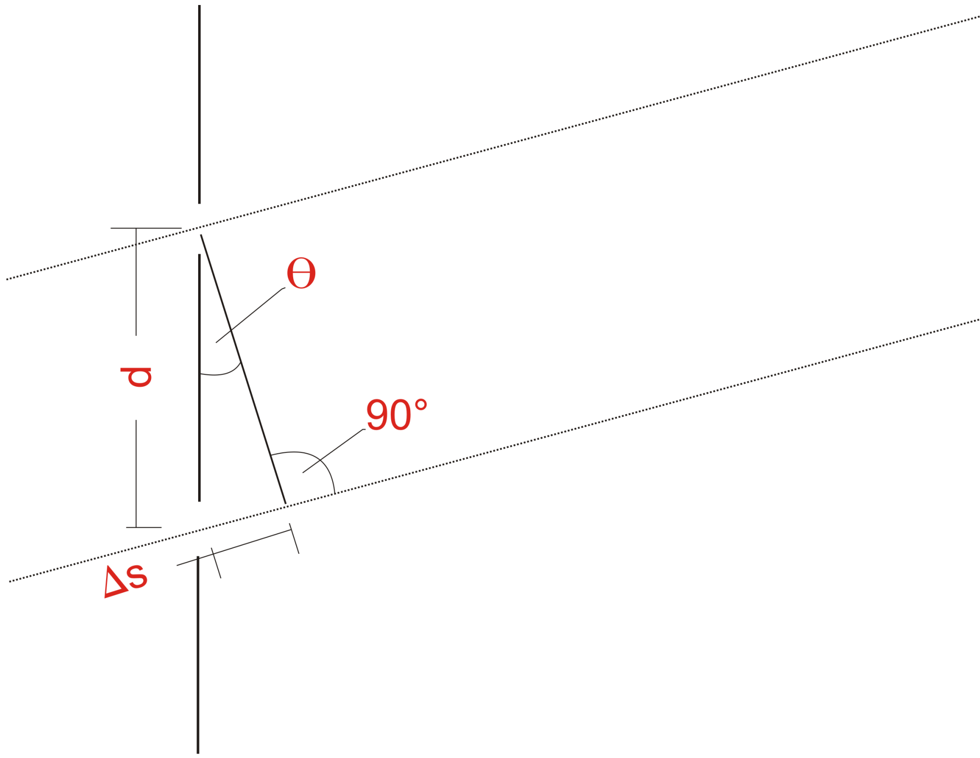

Abbildung 1: zu Aufgabe 1 (a)

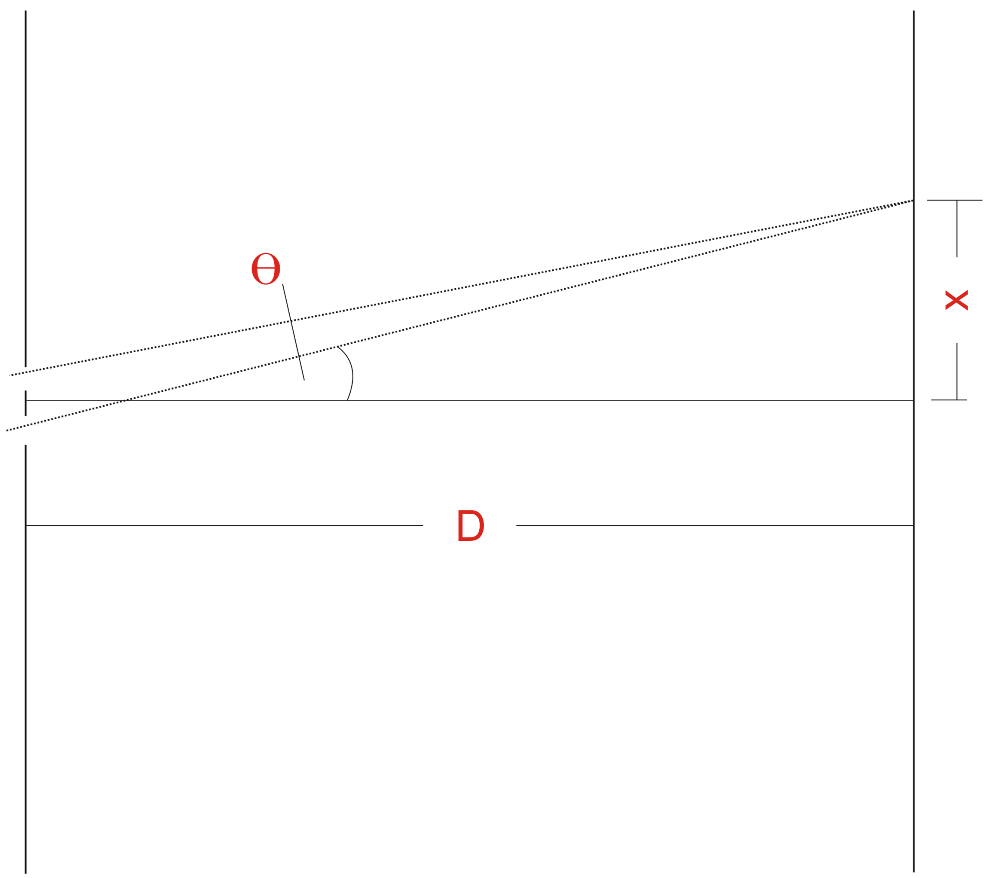

Abbildung 2: zu Aufgabe 1 (c)

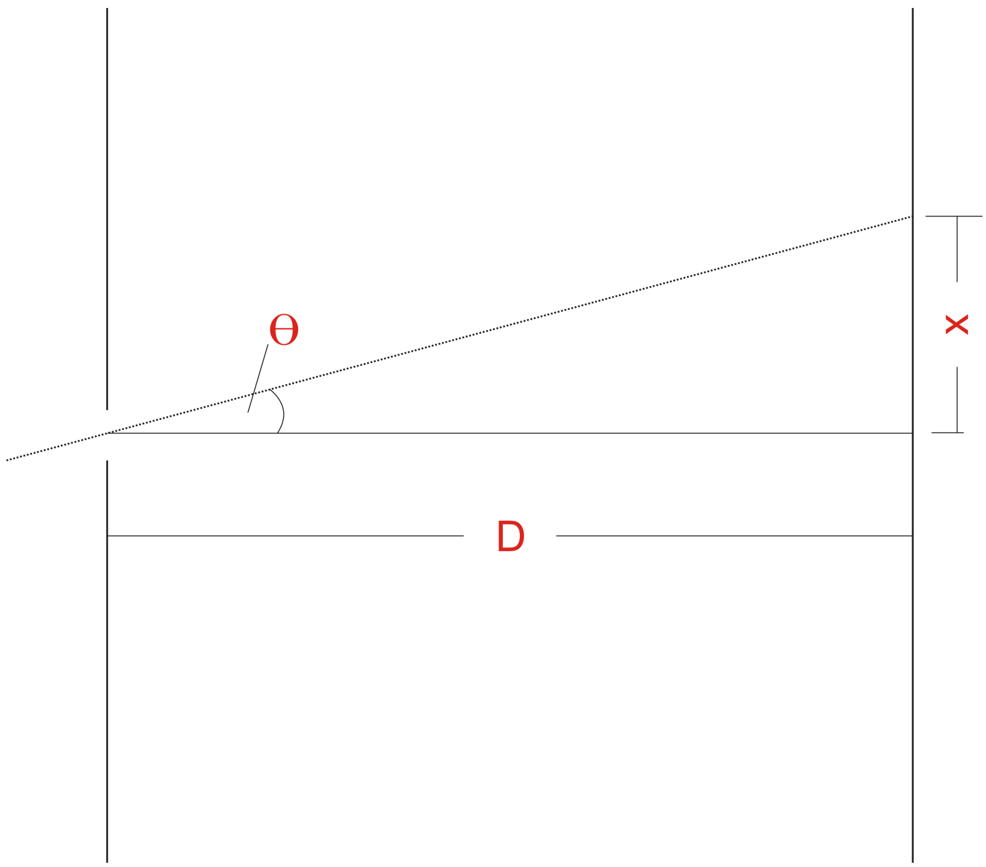

Abbildung 3: zu Aufgabe 2

(b) Die Bedingung für Maxima am Einzelspalt lautet

$$s \cdot \sin \Theta = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda \tag{15}$$

Die Kleinwinkelnäherung und Einsetzen von Gleichung 11 ergeben

$$x(n) = D \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda}{s} \tag{16}$$

Das Hauptmmaxim tritt bei $\Theta = 0°$ auf, also bei $x = 0$. Für das zweite Maximum gilt: $n = 2$. Folglich ergibt sich für den Abstand $x(n = 2) - x(n = 0)$ der beiden Maxima

$$x(n = 2) - x(n = 0) = D \frac{\left(2 + \frac{1}{2}\right) \lambda}{s} = \frac{2.5 \cdot 500 \cdot 10^{-9}\mathrm{m}}{10 \cdot 10^{-6}\mathrm{m}} 0.9\mathrm{m} = 11.3\mathrm{cm} \tag{17}$$

Aufgabe 3 – Antireflex-Beschichtung

(a) siehe Abbildung 4
(b) Beim Reflektion an einem optisch dichteren Medium erhält Licht einen Phasensprung von 180°. Da beide Lichtstrahlen diesen Phasensprung erhalten spielt dieser für den Gangunterschied Δs keine Rolle. Und weil sich die Wellenlänge im Überzug von der Wellenlänge in Luft unterscheidet beträgt der Gangunterschied nicht nur die zweifache Schichtdicke d, sondern

$$\Delta s = n_{ü} \cdot 2d \tag{18}$$

(c) Für negative Interferenz muss der Gangunterschied ein halbzahliges Vielfaches der Wellenlänge sein, also

$$n_{ü} \cdot 2d = (2k + 1) \lambda \tag{19}$$

mit λ: Wellenlänge in Luft.
Stellt man diese Gleichung mit $k = 0$ nach der Schichtdicke um, erhält man

$$d = \frac{\lambda}{2n_{ü} \cdot 2} = \frac{600\mathrm{nm}}{2 \cdot 1.3 \cdot 2} = 115\mathrm{nm} \tag{20}$$

(d) Der rechte Strahl in Abbildung 4 erhält einen Gangunterschied Δs von

$$\Delta s = n_{ü} \cdot 2d + \frac{\lambda}{2} = 2 \cdot 115\mathrm{nm} \cdot 1.3 + 300\mathrm{nm} = 600\mathrm{nm} \tag{21}$$

gegenüber dem ohne Ablenkung transmittiertem Strahl. Die $\frac{\lambda}{2}$ in diesem Ausdruck entsprechen dem Phasensprung von 180° bei der Reflektion des rechten Strahles an der Überzug-Glas Grenzfläche. Weil der Gangunterschied einem ganzzahligem Vielfachen der Wellenlänge entspricht, tritt positive Interferenz auf.

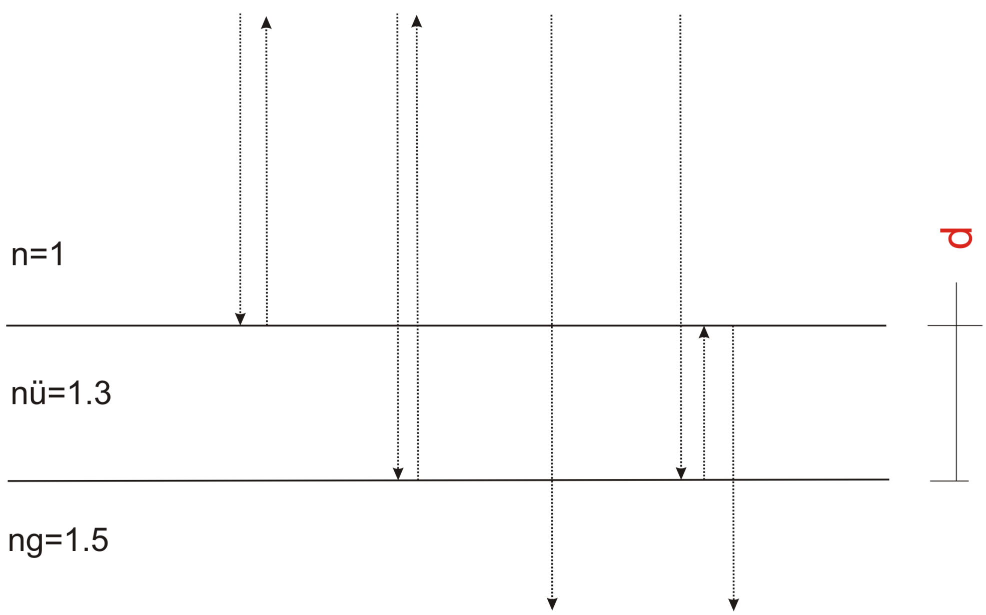

Abbildung 4: zu Aufgabe 3